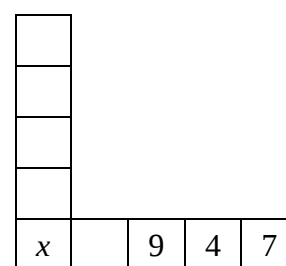


作答說明：

1. 本試卷題目共 3 頁，有選擇題(單選)、填充題及非選擇題，總計 20 題，總共 100 分。
2. 請將答案填寫在答案卷中。
3. 非選擇題需包含完整的推論過程，只有答案將不予計分。
4. 本試卷圖形非依實際比例繪製，僅供參考。

一、選擇題(每題 3 分，共 18 分)

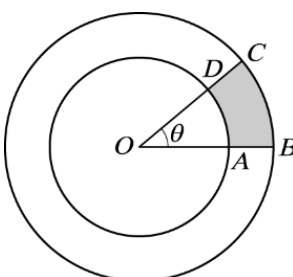
1. 計算  $12963 \times 381 + 2963 \times 619$  的值。  
(A) 6773000 (B) 6783000 (C) 2963000 (D) 6793000
2. 小陳有個習慣，凡是正在下雨，且她在戶外時必撐傘，那麼下列哪個敘述是對的？  
(A) 如果現在沒有下雨，那麼小陳一定沒撐傘。  
(B) 如果今天你在戶外看到小陳撐傘，那麼當時一定正在下雨。  
(C) 如果今天你在戶外看到小陳沒有撐傘，那麼當時一定沒有下雨。  
(D) 現在正在下雨，而且小陳正在戶外撐傘。
3. 已知  $a$ 、 $b$  為正整數，若  $44a + 308b$  是一個完全平方數，則  $a + b$  的最小值是多少？  
(A) 2 (B) 5 (C) 11 (D) 44
4. 若有一個五位數  $132\square 8$ ，除以 22 得餘數為 2，則對此五位數  $132\square 8$  的敘述，下列哪些是正確的？  
甲：此五位數是 6 的倍數。  
乙：此五位數是 8 的倍數。  
丙： $\square$  所填的數字為偶數。  
(A) 僅有甲正確 (B) 僅有丙正確 (C) 只有甲、乙正確 (D) 只有乙、丙正確
5. 假設單位時間內，每個人搬土的工作量是固定的。若 3 個人在 3 分鐘可搬土 3 立方公尺，照這樣進度，102 個人搬土 102 立方公尺需要幾分鐘？  
(A) 102 (B) 34 (C) 11 (D) 3 分鐘
6. 將數字 1-9 逐一填入圖(一)的方格內，使得水平方向的 5 個方格內的數字和與鉛垂方向的 5 個方格內的數字和相等，數字 9、4、7 已被填入圖(一)的格子內，請問  $x$  可以有多少個不同的值？  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4



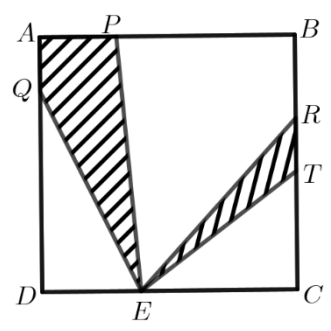
圖(一)

二、填充題(每題 5 分，共 50 分)

1. 計算  $\underbrace{999 \cdots 99}_{114 \text{ 個}} \times \underbrace{444 \cdots 44}_{114 \text{ 個}}$  乘開後的各位數字總和為\_\_\_\_\_。
2. 已知西元  $N$  年之 4 月 10 日為星期二，且西元  $(N+1)$  年之 6 月 10 日亦為星期二，則西元  $(N-1)$  年之 8 月 10 日為星期\_\_\_\_\_。
3. 有  $A$ 、 $B$  兩桶水同樣重，若從  $A$  桶中倒 2500 克水到  $B$  桶中，則  $B$  桶中水的重量是  $A$  桶中水的重量的 6 倍，那麼  $B$  桶原來有水\_\_\_\_\_克。
4. 將 59 顆 QQ 糖、155 顆牛奶糖、227 顆咖啡糖，每一種糖都平分給同一群學生，所剩的顆數皆相同，若這群學生最多有  $a$  人，則  $a =$ \_\_\_\_\_。

5. 在 1 到 1000 的整數中，不是 6 也不是 4 的倍數有\_\_\_\_\_個。
6. 如圖(二)，兩同心圓半徑分別為 2 及 3，若陰影部分的面積為  $\frac{5}{12}$ ，則  $BC$  弧長為\_\_\_\_\_。
7. 如圖(三)，正方形  $ABCD$  的邊長是 12 公分，線段  $AP = 4$  公分，線段  $AQ = 3$  公分，線段  $RT = 3$  公分，則斜線部份的面積總和是\_\_\_\_\_平方公分。
- 

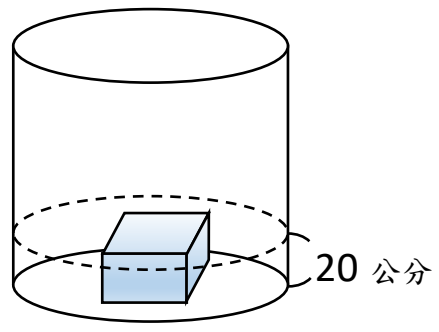
圖(二)



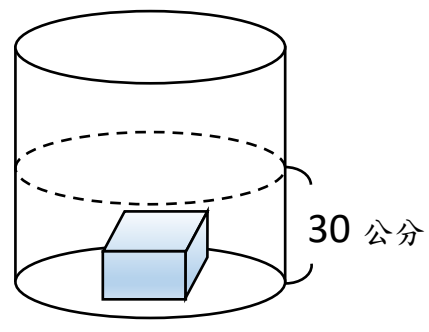
圖(三)
8. 由 1、2、3、4、5、6 中取三個相異數字，將取出的三數進行排列，可以組成六個相異的三位數，若這六個相異三位數的和等於 3108，請問從 1、2、3、4、5、6 中取了哪三數？ 答案：\_\_\_\_\_。
9. 某人先走一段平路，然後再爬一段山路，再依原路返回出發點，來回全程總共步行 5 小時。他走平路、上山、下山速率分別為每小時 4、3、6 公里，則他來回總共步行\_\_\_\_\_公里。
10. 設  $x$ 、 $y$ 、 $z$ 、 $u$  為 4 個相異整數，且  $x > y > z > u$ ，若  $(x+5) \times (y+6) \times (z+7) \times (u+8) = 4$ ，則  $x+y+z+u$  的最小值為\_\_\_\_\_。

**三、非選擇題(每題 8 分，共 32 分)(請將完整推論過程寫在答案卷上，只有答案將不予計分。)**

1. 考慮將正整數  $a$  拆解為  $n$  個連續正整數之和的所有組合(其中  $n \geq 2$ )。
- 例如： $a = 15$  時，有  $\{7、8\}$ ； $\{4、5、6\}$ ； $\{1、2、3、4、5\}$  共 3 種組合。
- 請回答下列問題：
- (1) 若  $a = 100$ ，則  $n$  個連續正整數有哪幾種組合？(需詳細列出各組的正整數)
- (2) 若  $a = 45$ ，則  $n$  個連續正整數有哪幾種組合？(需詳細列出各組的正整數)
2. 有一圓柱體容器內部高度為 60 公分，在空的容器底部先放入一柱高為 20 公分的長方體鐵塊之後，再以固定速率注水於圓柱體容器之中。
- 請回答下列問題：
- (1) 已知注水 3 分鐘時的水面高度恰好等於長方體鐵塊高度(如圖(四))，再繼續注水 6 分鐘後，此時的水面高度為 30 公分(如圖(五))，請問還需要多少分鐘，才能把圓柱體容器注滿水？
- (2) 承上題，鐵塊的體積與圓柱體容器的容積之比為何？

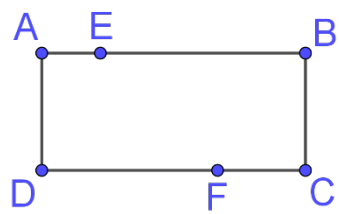


圖(四)



圖(五)

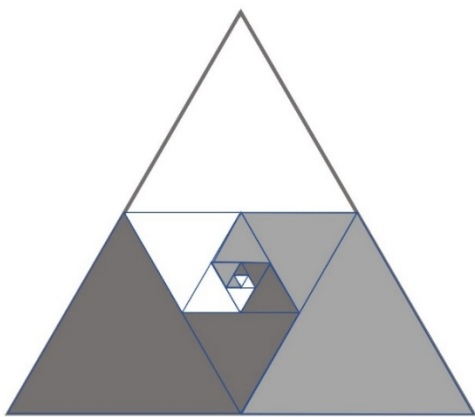
3. 如圖(六)，長方形 ABCD 中，E 點在 AB 邊上，F 點在 CD 邊上。此時三角形 AED、三角形 DEF、四邊形 BCFE 的面積比為 1：3：5。



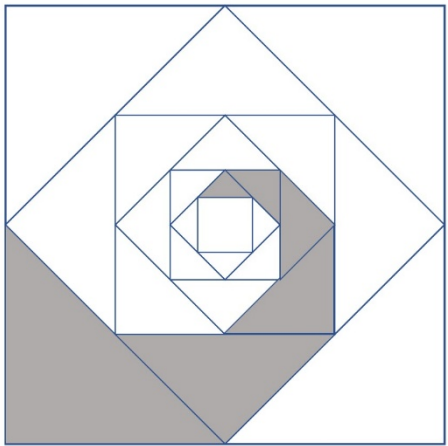
圖(六)

- (1) 若 E 點沿 AB 邊往 B 點靠近，且 E 點仍保持在 B 點左邊，而 F 點不移動。試判斷是否有可能使三角形 AED、三角形 DEF、四邊形 BCFE 的面積比為 4：3：2 嗎？  
若不可能，請說明原因；若可能，則 AE 線段長：EB 線段長的比=？
- (2) 若 E 點沿 AB 邊往 B 點靠近，且 E 點仍保持在 B 點左邊，而 F 點不移動。試判斷是否有可能使三角形 AED、三角形 DEF、四邊形 BCFE 的面積比為 5：3：1 嗎？  
若不可能，請說明原因；若可能，則 AE 線段長：EB 線段長的比=？

4. 研究學者利用 STM 顯微鏡發現，在石墨分子上所形成的 chiral Kagome- $\alpha$  奈米結構，是 Baravalle Spiral 三角三聚體。觀察下圖，他們是在不同的正多邊形中製造 Baravalle Spiral(螺線的一種)的方式。圖(七)為正三邊形，圖(八)為正四邊形。

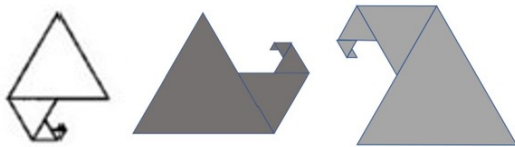


圖(七)



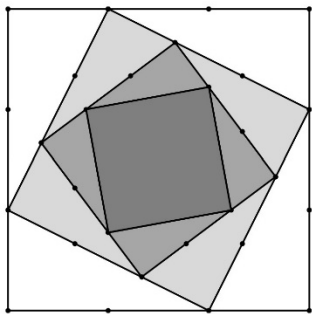
圖(八)

在每個正多邊形中以其各邊的中點為頂點，再連成新的小正多邊形，依照此規律一直持續進行，黑灰色部分可視為 Baravalle Spiral 所分割出的圖形。以圖(七)為例，Baravalle Spiral 可分割出圖(九)中面積相等的三塊圖形。則：



圖(九)

- (1) 已知圖(八)中共有 7 個由大至小的正方形，其中最大的正方形面積為  $M$ ，最小的正方形面積為  $N$ ，且圖(八)中灰色區域之面積為  $\frac{M-bN}{a}$ ， $a$ 、 $b$  為正整數，則數對  $(a, b)$ =？
- (2) 如圖(十)，在正方形中改將各邊三等分，規則如下：從一個最大的正方形  $S_1$  開始，在其每一個邊上，都從頂點出發，沿著順時針方向找到距離頂點  $\frac{1}{3}$  邊長的等分點，然後將這四個等分點連線，形成一個新的、被旋轉的正方形  $S_2$ 。依照此規律不斷重複，得到一系列由大到小的正方形  $S_1, S_2, S_3, \dots$ 。若正方形  $S_4$  之面積為 125，則一開始用來作畫的最大正方形  $S_1$  之面積為何？



圖(十)