

作答說明：

1. 本試卷題目共三頁，有選擇題(單選)、填充題及非選擇題，總計 20 題，總分 100 分。
2. 請將答案填寫在答案卷中。
3. 非選擇題需包含完整的推論過程，只有答案將不予計分。
4. 本試卷圖形非依實際比例繪製，僅供參考。

一、選擇題 (每題 3 分，共 18 分)

1. 下列選項何者正確？

- (A) $\sqrt{(-3)^2} = -3$ (B) $\sqrt{4.9} = 0.7$ (C) $\sqrt{9\frac{1}{4}} = 3\frac{1}{2}$ (D) $\sqrt{1\frac{81}{1600}} = 1\frac{1}{40}$

2. 計算 $(1-\frac{1}{2^2})(1-\frac{1}{3^2})(1-\frac{1}{4^2})\dots(1-\frac{1}{114^2})$ 之值為何？

- (A) $\frac{1}{228}$ (B) $\frac{1}{114}$ (C) $\frac{115}{228}$ (D) $\frac{115}{114}$

3. 表(一)是府城國中學生參加解謎大賽的次數分配表：

解謎 題數	0	1	2	3	...	13	14	15
人數	8	6	7	19	...	4	3	1

表(一)

已知解謎題數在 3 題以上(含)的學生，每人平均解謎 6 題；解謎題數在 12 題以下(含)的學生，每人平均解謎 5 題。請問一共有幾位學生參與解謎大賽？

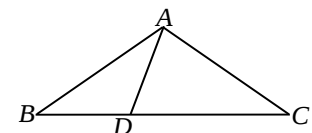
- (A) 96 (B) 120 (C) 144 (D) 175

4. 已知 $A = 2^n + 2^{16} + 2^{19}$ ， n 為正整數，則下列哪一個 n 值可以使得 A 為完全平方數？

- (A) 9 (B) 11 (C) 20 (D) 35

【題組 5~6】

如圖(一)，有一鈍角 $\triangle ABC$ ，已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，在 $\overline{BC}$ 上取一點 D 使得 $\overline{CD} = \overline{CA}$ ，連接 $\overline{AD}$ ，若 $\triangle DAB \sim \triangle ACB$ ，請回答第 5、6 題：



圖(一)

5. 試求 $\angle BAC = ?$

- (A) 108° (B) 112° (C) 120° (D) 135°

6. 請問 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 之值最接近下列何數？

- (A) 1.5 (B) 1.6 (C) 1.7 (D) 1.8

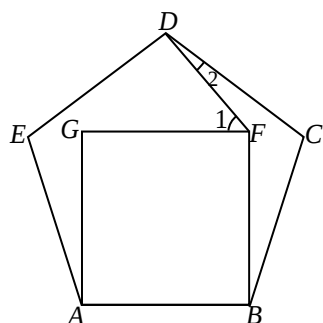
二、填充題 (每題 5 分，共 50 分)

1. 已知 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 為六個相異的正整數，且此六數總和為 114，則六數中最小數的最大值為_____。2. 已知 x 的一元二次方程式 $kx^2 - kx + k^2 - 13 = 0$ 之兩根 α, β 滿足 $|\alpha| + |\beta| = 2$ ，且 k 為負數，則 k 之值為_____。3. 若 a, b 兩實數分別滿足 $3a^2 + 5a - 7 = 0, 7b^2 + 5b - 3 = 0$ 且 $ab \neq -1$ ，則 $\frac{(a+1)(b-1)}{b} =$ _____。

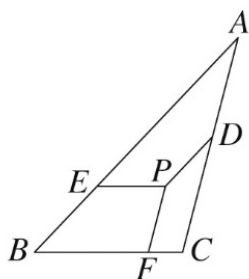
4. 若 a 、 b 、 c 皆為正數且 $a-b-c=0$ 、 $a^2-b^2-c^2=72$ ，則 a 之最小值為_____。

5. 如圖(二)，有一正五邊形 $ABCDE$ 和一正方形 $ABFG$ ，連 $\overline{DF}$ ，則 $\angle 1 - \angle 2 =$ _____。

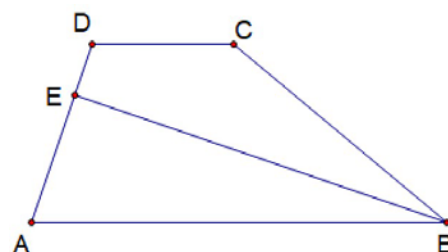
6. 如圖(三)， $\triangle ABC$ 內部有一個 P 點，滿足 $\overline{PD} \parallel \overline{AB}$ 、 $\overline{PE} \parallel \overline{BC}$ 、 $\overline{PF} \parallel \overline{AC}$ ，且 $\overline{PD} = \overline{PE} = \overline{PF} = x$ ，若 $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{AC} = 3$ 、 $\overline{BC} = 2$ ，則 x 之值為_____。



圖(二)



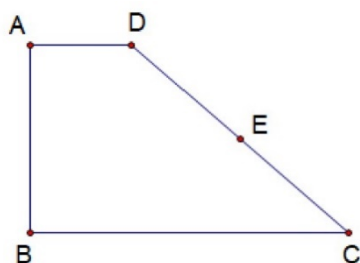
圖(三)



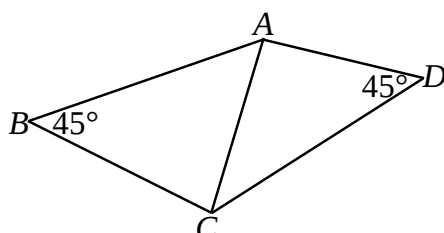
圖(四)

7. 如圖(四)，在梯形 $ABCD$ 中， $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{BE}$ 為 $\angle ABC$ 之角平分線，且 $\overline{BE} \perp \overline{AD}$ ，已知 $\frac{\overline{DE}}{\overline{AE}} = \frac{1}{3}$ ，則 $\triangle ABE$ 面積與四邊形 $BCDE$ 面積的比值為_____。

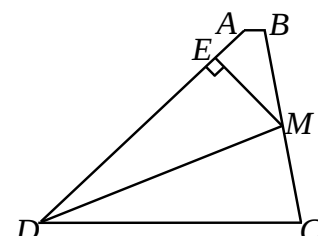
8. 如圖(五)，在梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， E 點為 $\overline{CD}$ 之中點，若 $\overline{BE} = \frac{17}{2}$ ，且梯形 $ABCD$ 面積為 38，則 $\overline{DA} + \overline{AB} + \overline{BC} =$ _____。



圖(五)



圖(六)



圖(七)

10. 如圖(七)，在梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ， M 為 $\overline{BC}$ 中點， $\overline{DM}$ 平分 $\angle ADC$ ， $\overline{ME} \perp \overline{AD}$ ，若 $\overline{ED} = 5$ 、 $\overline{EM} = 2$ ，則梯形 $ABCD$ 的面積為_____。

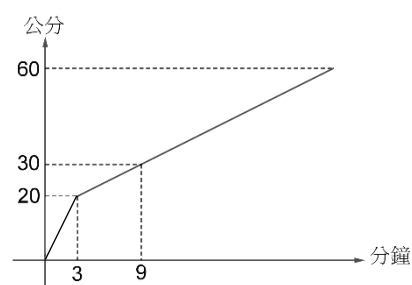
三、非選擇題 (每題 8 分，共 32 分) (請將完整推論過程寫在答案卷上，只有答案將不予計分。)

1. 有一圓柱體容器內部高度為 60 公分，在空的容器底部先放入一柱高為 20 公分的長方體鐵塊之後，再以固定速率注水於圓柱體容器之中。

圖(八)是圓柱體容器水面高度隨著注水時間改變的關係圖。請問：

(1) 圓柱體容器注滿水共需要幾分鐘？

(2) 鐵塊的體積與圓柱體容器的容積之比為何？

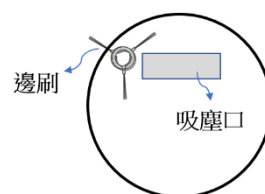


圖(八)

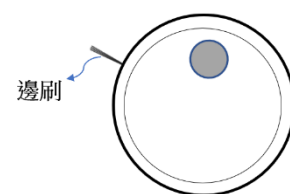
2. 市面上販售的掃地機器人通常是圓盤形，以利運行順暢，然而房間的角落無法完全觸及，因此設計側邊加裝「邊刷」(如圖(九))，邊刷也會 360 度旋轉來解決清掃不到的區域。

輕盈舞蹈教室是一個長方形的空間，為了提供學員們乾淨的跳舞空間，想添購直徑是 36 公分的 A 牌掃地機器人(如圖(十))，時時進行地板清理。請問：

- (1) 教室四個角落的牆角都是直角，請問總共有多少面積是圓盤形主機沒有辦法覆蓋到的呢？
- (2) 已知 A 牌掃地機器人的邊刷突出圓盤形主機的這一段最長有 9 公分，請問有辦法掃到每個地方嗎？請說明你判斷的理由。 ($\sqrt{2} \doteq 1.41$, $\sqrt{3} \doteq 1.73$)



圖(九)：掃地機器人底面
邊刷示意圖

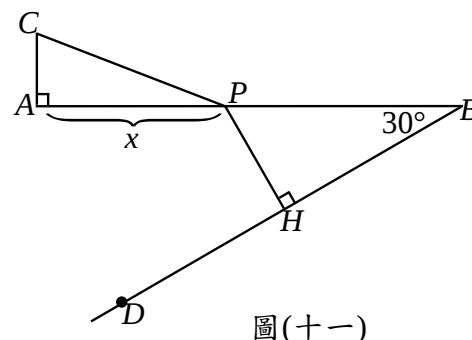


圖(十)：A 牌掃地機器人
(直徑 36 公分，高 10 公分)

3. 大雄、阿明和小華三人擁有遊戲王卡共 42 張。起初大雄持有的張數最多、小華最少，三人的張數恰成一個等比數列。後來大雄用自己的 7 張卡和阿明交換 1 張最強單卡（即大雄給出 7 張，從阿明手中拿到 1 張），此時三人的遊戲王卡張數變成等差數列。請問一開始大雄有多少張遊戲王卡？

4. 如圖(十一)，已知 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{AB} = 36$ 、 $\overline{AC} = 6$ ， $\angle ABD = 30^\circ$ 。若 P 點為 $\overline{AB}$ 上的一個動點，假設 $\overline{AP} = x$ ，自 P 點對射線 $\overline{BD}$ 作垂線，垂足為 H 點，請問：

- (1) 以 x 表示 $\overline{PC}$ 。
- (2) 以 x 表示 $\overline{PH}$ 。
- (3) 試求出 $2\sqrt{x^2 + 36} - x + 36$ 的最小值為何？



圖(十一)