

作答說明：

1. 本試卷題目共三頁，有選擇題(單選)、填充題及非選擇題，總計 20 題，總分 100 分。
2. 請將答案填寫在答案卷中。
3. 非選擇題需包含完整的推論過程，只有答案將不予計分。
4. 本試卷圖形非依實際比例繪製，僅供參考。

一、選擇題 (每題 3 分，共 18 分)

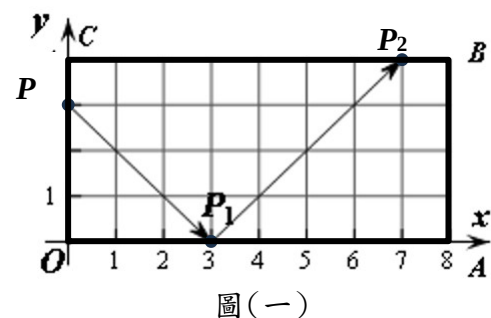
1. 下列關於「質數」的敘述，何者為真？
 (A) 若 n 為正奇數，則 $7n+12$ 必為質數
 (B) 若 n 為正整數，則 2^n+1 必為質數
 (C) 當 $n=41$ ，則 n^2-n+41 必為質數
 (D) 當 $n=29$ ，則 $2n^2+29$ 必不為質數
2. 某種益生菌每經過 1 天數量會增加為原來的 a 倍。已知 3 天後的益生菌數為 900000 個，6 天後的益生菌數為 57600000 個，則 a 值為何？
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
3. 科學家們長期以來都想知道「狗狗的 1 歲等於人類的幾歲」。過去人們常說「狗齡乘以 7」，但這其實不太準確。經過對大量數據的分析，一組研究團隊提出了一個創新的「平方根模型」。他們發現人類年齡(H)與狗狗年齡(D)的平方根存在著一種比例關係。該模型可以用以下公式表示：

$$H = 15 \times \sqrt{D}$$
 其中： D 代表狗狗的真實年齡($D \geq 1$)， H 代表換算後相當於人類的年齡。
 則下列敘述何者正確？
 (A) 狗狗的真實年齡與經換算後相當於人類年齡成正比
 (B) 狗狗的真實年齡與經換算後相當於人類年齡成反比
 (C) 狗狗的 12 歲經換算相當於人類年齡的 90 歲
 (D) 年齡 100 歲的人類經換算後相當於狗狗年齡的 $44\frac{4}{9}$ 歲
4. 若 $(x-2025)^2 + (2026-x)^2 = 3$ ，則 $(2026-x)(x-2025)$ 之值為多少？
 (A) -4 (B) -2 (C) -1 (D) 0
5. 小明參加了 6 次數學平時考，且每次考試的給分範圍為最低 0 分、最高 100 分。已知這 6 次平時考的分數均不同，總平均為 55 分；將成績由低至高排序，較低分的 3 次成績平均為 30 分、中位數為 20 分；較高分的 3 次成績的中位數為 80 分，請問在 6 次平時考成績中，至少有幾次分數及格(分數達 60 分以上)？
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
6. 小華將 1、3、4、5、6、8、9 這七個數字重新排列組成一個可以被 11 整除的七位數，則小華可排出的七位數中，最大數的十位數字為何？
 (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5

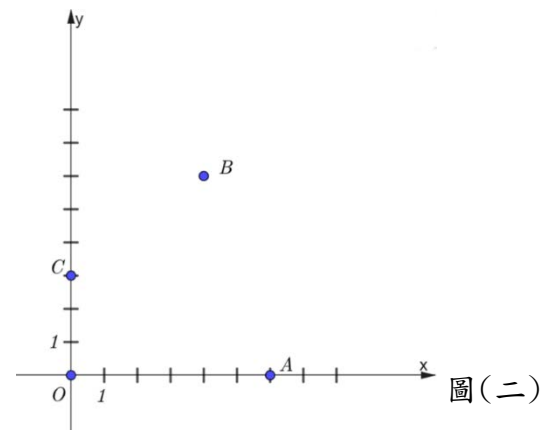
二、填充題 (每題 5 分，共 50 分)

1. 計算 $\frac{20242025^2}{20242024^2 + 20242026^2 - 2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 如圖(一)，小球從點 $P(0,3)$ 出發，沿所示方向運動，每當小球碰到矩形 $OABC$ 的邊時反彈，反彈時反射角等於入射角。當小球第 1 次碰到矩形的邊時的點為 P_1 ，第 2 次碰到矩形的邊時的點為 P_2 ，...，依此順序，第 n 次碰到矩形的邊時的點為 P_n ，則點 P_{2025} 的坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 如圖(二)，坐標平面上， O 為原點， A 、 B 、 C 三點坐標分別為 $(6,0)$ 、 $(4,6)$ 、 $(0,3)$ ， D 點在直線 AB 上，若四邊 $OABC$ 的面積等於 $\triangle OAD$ 的面積，則 D 點坐標為_____。(全對才給分)



4. 小明與小華兩人同時從起點出發，沿同一條長度為 1200 公尺的登山路線前往終點。若小明以每分鐘 40 公尺的速度從起點走到 A 點，之後以每分鐘 30 公尺的速度由 A 點到前進至終點；而小華以每分鐘 40 公尺的速度從起點走到 B 點，在那裡休息 5 分鐘之後，以每分鐘 60 公尺的速度由 B 點到前進至終點。已知 B 點較 A 點更接近終點，且 A 、 B 兩點間的距離為 120 公尺，若兩人同時到達終點，則花費的時間為_____分鐘。

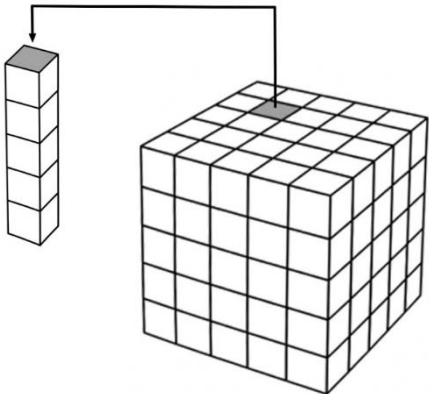
5. 花花水果室推出七種品項的冰品，成本分析表如表(一)所示。若小明想要點一碗含有花生、粉圓、花豆、冰四種食材的冰品，這碗冰品的成本金額為_____元。

花花水果室冰品成本分析表		
冰品品項	食材	成本金額
甲	花生、冰	11
乙	紅豆、綠豆、花豆、冰	21
丙	粉圓、芋圓、冰	25
丁	花生、紅豆、綠豆、冰	22
戊	粉圓、芋圓、花豆、冰	32
己	紅豆、花豆、冰	16
庚	紅豆、綠豆、粉圓、冰	24

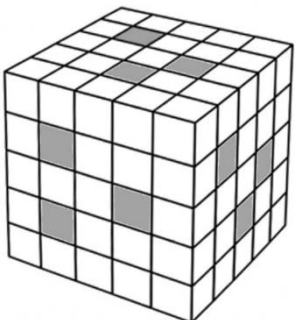
表(一)

6. 正逢中秋佳節，超好吃糕餅名店的門口湧現排隊人潮，所有人排成一直線，每個人與前一個人的距離均為 0.5 公尺。人潮中有甲、乙、丙三人正在排隊，已知甲與乙分別排在第 1 個和第 41 個，若丙與甲的距離比丙與乙距離的 2 倍還遠，此時丙排在隊伍中的第 m 個，則 m 之最大值為_____。

7. 有一個用 125 顆大小相同的小正方體黏合成的大正方體，要進行穿孔的動作。圖(三)中大正方體塗色部分是準備貫穿的方形孔，即從該面的灰色方形孔貫穿至對面，一次將會拿掉 5 顆小正方體。若圖(四)中大正方體依規則穿孔拿掉小正方體後，則原大正方體剩下_____個小正方體。



圖(三)



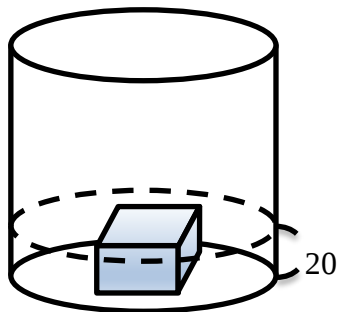
圖(四)

8. 已知 a 、 b 、 c 均為正數，且 $a(b+c)=3024$ ， $b(c+a)=3399$ ， $c(a+b)=4575$ ，則 $a\times b\times c=$ _____。

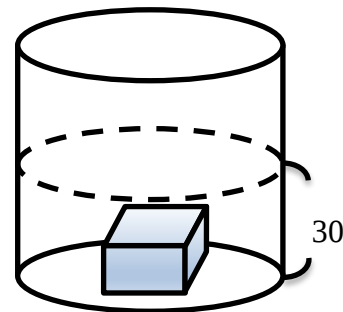
9. 有 100 位玩家參加闖關遊戲，關主要求所有人排成一列，排在第 1、3、5、7、9、.....等奇數位的玩家先被淘汰，後面的人向前遞補後，再把目前排在第 1、3、5、7、9、.....等奇數位的玩家淘汰，依此規則，最後沒有被淘汰的玩家即為優勝者，則這位玩家一開始排在第_____位。
10. 有三堆撲克牌，每一堆張數一樣多，而且都只有紅黑兩種顏色，已知第一堆的「黑色撲克牌」和第二堆的「紅色撲克牌」張數一樣多，第三堆的「黑色撲克牌」張數佔全體「黑色撲克牌」張數的 $\frac{2}{5}$ 。若想把這三堆撲克牌集中在一起，則「紅色撲克牌」張數佔全部撲克牌張數的幾分之幾？答：_____。

三、非選擇題 (每題 8 分，共 32 分) (請將完整推論過程寫在答案卷上，只有答案將不予計分。)

1. 規定符號 $a \blacksquare b$ 表示二個正整數 a 、 b 的最小公倍數減最大公因數的差。例如： $10 \blacksquare 14 = 70 - 2 = 68$ 。
請回答下列問題：
- (1) $231 \blacksquare 1001 = ?$
- (2) 若 $12 \blacksquare x = 225$ ，則 x 值為多少？
2. (1) 設 x 為兩位數， $(x-1)$ 能被 2 整除， $(x-2)$ 能被 3 整除，這樣的 x 值共有幾個？
- (2) 設 x 為三位數， $(x+1)$ 能被 2 整除， $(x+2)$ 能被 3 整除， $(x+3)$ 能被 4 整除， $(x+4)$ 能被 5 整除， $(x+5)$ 能被 6 整除， $(x+6)$ 能被 7 整除，則列出 x 所有可能的值。
3. 有一圓柱體容器內部高度為 60 公分，在空的容器底部先放入一柱高為 20 公分的長方體鐵塊之後，再以固定速率注水於圓柱體容器之中。
請回答下列問題：
- (1) 已知注水 3 分鐘時的水面高度恰好等於長方體鐵塊高度(如圖(五))，再繼續注水 6 分鐘後，此時的水面高度為 30 公分(如圖(六))，請問還需要多少分鐘，才能把圓柱體容器注滿水？
- (2) 承(1)，鐵塊的體積與圓柱體容器的容積之比為何？



圖(五)



圖(六)

4. 愛心村村長選舉有兩個投票所，已知甲、乙兩位候選人在各投票所得到的有效票數比例如下表所示(廢票不列入計算)：

	甲候選人	乙候選人
第一投票所	40%	60%
第二投票所	55%	45%

假設第一投票所與第二投票所的有效票數分別為 x 票與 y 票(其中 $x > 0$ ， $y > 0$)，兩個投票所總得票數較高者為當選人，根據上面的表格數據，請回答下列問題：

- (1) 若第一投開票所開出有效票 1000 張，且甲候選人當選，請問第二投開票所須開出至少幾張有效票？
- (2) 若 $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$ ，請問此條件下可以決定誰是當選人嗎？
- (3) 若乙候選人在第二投票所的有效票數比在第一投票所的有效票數多，請問此條件下可以決定誰是當選人嗎？